*§ 8*. *Твердые тела*

При решении задач этого раздела используются данны.‘  
таблиц 11, 12, 13 из приложения, кроме того, следует учес г-,  
указание к § 5.

1. Изменение энтропии при плавлении количеств;  
   v — 1 кмоль льда AS =22,2кДж/К. На сколько изменится темпе-  
   ратура плавления льда при увеличении внешнего давления г.;  
   Ар = 100 кПа?

Решение:

Согласно уравнению Клаузиуса— Клапейрона

изменение

температуры АТ = ~ — \*——1— — (1). Изменение энтро-

*%*

пии До = — (2), где — удельная теплота

плавления, qQ — молярная теплота плавления, т — мас-  
са. Из (2) — = -^-, подставляя это выражение в (1), пол\ -  
Яо AS

чим ДГ = Ар(уж - К,)— = 0,009К.

1. При давлении рх =100 кПа температу ра плавления олова  
   /,=231,9° С, а при давлении /?2=10МПа она равна

/2 = 232.2° С. Плотность жидкого олова р- 7,0-10" кг/мД Найти  
изменение энтропии AS при плавлении количества v-\ кмоль  
олова.

Решение:

Из уравнения Клаузиуса— Клапейрона находим измене-

ние температуры АТ =

АрГ(Г«-Г,)

*Яо*

— (1). С другой сто-

объемы твердого и жидкого олова соответственно рав-

**роны, изменение энтропии AS =**

т)^ **ity,**

— (2). где

*Т Т*

Ло — удельная теплота плавления, qQ — молярная теплота  
плавления. Из уравнений (1) и (2) имеем  
AS - = 1El—£lKLjs—LlIl \_ Поскольку

*AT*

т*2*-тх

молярные

ны Кт = — и Уж = -—, то, окончательно, получим  
Р г Ак

AS = = 15.5 кДж/К.

(Т-7 *\)РлРя*

1. Температура плавления железа изменяется на  
   ДГ = 0,012К при изменении давления на Д/? = 98кПа. На

сколько меняется при плавлении объем количества v = 1 кмоль  
железа?

Решение:

Из уравнения Клаузиуса— Клапейрона находим изме-

нение температуры плавления АТ -

А*рТ(Уш-Ут)*

, отсюда

Я **о**

*AV=V-V =*

*q0AT*

*AV = vAVM =*

*ТАр  
q0vAT*

*ТАр*

плавления связаны

— изменение молярного объема, тогда

. Т. к. удельная и молярная теплота  
между собой как q0 = рЛ0, тогда,

окончательно, ДК =

*рЛ^'АТ*

*ТАр*

= 1,03 л.

1. Пользуясь законом Дюлонга и Пти. найти удельною теп-  
   лоемкость с: aj меди; б) железа; в) алюминия.

Решение:

При очень низких температурах для твердых тел имеет  
место закон Дюлонга и Пти, согласно которому молярная  
теплоемкость всех химически простых твердых тел равна  
приблизительно 3R = 25 Дж/(моль-К). С другой стороны,  
удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением  
с = цс, тогда 3R = ,ис, откуда с = 3R / //. а) Молярная мас -  
са меди // = 63,55 • 10'3 кг/мшь, отсюда с - 393 Дж/(моль-К).

б) Молярная масса железа // = 55,84 \* 10-3 кг/моль, тогда  
с = 448 Дж/(моль\*К). в) Молярная масса алюминия  
(л = 26,98 -КГ3 кг/моль, тогда с = 927 Дж/(моль\*К).

1. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого  
   материала сделан металлический шарик массой т = 0,025 кг.  
   если известно, что для его нагревания от г, = 10° С до /2 = 30° С  
   потребовалось затратить количество теплоты £> = 117 Дж.

Решение:

Затраченное количество теплоты можно найти по формуле

О = тс(Т2 - 7J). Согласно закону Дюлонга и Пти молярная

теплоемкость С &3R . Молярная и удельная теплоемкости

^ С 3R \_

связаны соотношением С = juc , откуда с = — = —. Тогда

*3 R*

*2mR(T2* -7])

Q = /// — (д - 7]), откуда // =

А ‘ 0

ловые данные, найдем f.i- 0,107 кг/моль, следовательно,  
шарик сделан из серебра.

Подставив чис-

1. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, во сколько рпз  
   удельная теплоемкость алюминия больше удельной теплоем-  
   кости платины.

Решение:

Удельная теплоемкость всех химически простых твердых

тел (см. задачу 8.4) с- —,тогда — = — = 7,23.

*/л с2* //,

1. Свинцовая пуля, летящая со скоростью v = 400 м/с,  
   ударяется о стенку и входит в нее. Считая, что 10% кине-  
   тической энергии пули идет на ее нагревание, найти, на сколько  
   градусов нагрелась пуля. Удельную теплоемкость свинца найти  
   по закону Дюлонга и Пти.

Решение:

*ffjV2*

Кинетическая энергия пули WK = ——. Количество тепла,  
полученное пулей, Q = стАТ. Удельная теплоемкость всех

*М*

*3R*

химически простых твердых тел (см. задачу 8.4) с = —

*~ 3RmAT п*

тогда Q = . Согласно закону сохранения энергии

*М*

\_ ... 3 *RmAT rjmv2*

Q = t]Wk , тогда = , откуда изменение темпе-

2

ратуры АТ = Г^— = 66 К.  
6R

1. Пластинки из меди (толщиной = 9 мм) и железа  
   (толщиной d2 = 3 мм) сложены вместе. Внешняя поверхность  
   медной пластинки поддерживается при температуре tx = 50° С,  
   внешняя поверхность железной — при температуре t2 - 0° С.  
   Найти температуру / поверхности их соприкосновения. Пло-  
   щадь пластинок велика по сравнению с толщиной.

Решение:

Количество теплоты, прошедшее через сложенные вместе  
медную и железную пластинки, определяется формулой  
t — t t — t

О = Я, - Sr = Я2 Sr, откуда температч да

*d] d2*

Л\t\d•) ”f~ ^yt^di

- 34,5° C.

поверхности соприкосновения t = ■ -— L-L--

Л^ d 2 ч-

1. Наружная поверхность стены имеет температуру  
   f, = -20°С, внутренняя — температуру f2=20°C. Толщина

стены d = 40 см. Найти теплопроводность Л материала стены,  
если через единицу ее поверхности за время г = 1ч проходит  
количество теплоты Q = 460,5 кДж/м2.

Решение:

Количество теплоты Q, переносимое вследствие теп-  
лопроводности за время Аг, определяется формулой  
Л 3Д Т АСЛ А Т

Q-Л = А5Аг, где — градиент температуры в

Ат Ах

направлении, перпендикулярном площадке AS, Л —  
теплопроводность. В нашем случае АТ -Т2-Тх, Ах = d,

*\Т Т*

Д£ = 1 м2 и А г = г, тогда Q = — ——. Отсюда тепло-

*d*

проводность Л = т——^-г-- = 1,28 Вт/(м-К).

*Vi'TxF*

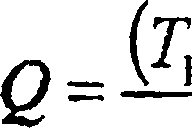
1. Какое количество теплоты Q теряет за время г = 1мин  
   комната с площадью пола 5 = 20 м2 и высотой h = 3 м через  
   четыре кирпичные стены? Температура в комнате ^=15° С,  
   температура наружного воздуха г2=-20° С. Теплопроводность  
   кирпича Л = 0.84 Вт/(м К). Толщина стен d = 50 см. Потерями  
   тепла через пол и потолок пренебречь.

Решение:

В первом приближении комнату можно считать  
квадратной, тогда площадь боковых стен AS = 4ah, где

a = 4s , следовательно, AS = 44sh. Количество тепла,  
потерянное комнатой за время г (см. задачу 8.9), равно

-!^=ФЬЬМ\*1 = ,90кД«.



*d d*

1. Один конец железного стержня поддерживается при  
   температуре tx = 100° С, другой упирается в лед. Длина стержня

/ = 14см, площадь поперечного сечения S- 2 см2. Найти коли-  
чество теплоты Ог, протекающее в единицу времени вдоль  
стержня. Какая масса т льда растает за время г = 40 мин?  
Потерями тепла через стенки пренебречь.

Решение:

Количество теплоты, протекающее в единицу времени

Л Q {т-тЛ?я 0,0ТГ . \_

вдоль стержня, Qr = = — —— = 8,38 Дж/с. Т. к. по

*Ат I*

условию потерями тепла через стенки можно пренебречь,  
то по закону сохранения энергии QTt = qm, откуда



*Я*

1. Площадь поперечного сечения медного стержня  
   5 = 10 см2, длина стержня / = 50 см. Разность температур на кон-  
   цах стержня АТ = 15 К. Какое количество теплоты QT проходит  
   в единицу времени через стержень? Потерями тепла пренебречь.

Решение:

Количество тепла, проходящее за единицу времени через

A7/LS

стержень (см. задачу 8.11), QT- = 11,7 Дж/с.

1. На плите стоит алюминиевая кастрюля диаметром  
   D -15 см, наполненная водой. Вода кипит, и при этом за время  
   г = 1мин образуется масса т- 300 г водяного пара. Найти  
   температуру t внешней поверхности дна кастрюли, если тол-  
   щина его d = 2 мм. Потерями тепла пренебречь.

Решение:

Количество тепла, которое поучает кастрюля за время г,  
(Т - Т )?£т

q - д. !<д х к. п0 условию потерями тепла можно

*d*

пренебречь, то Q - rm, тогда по закону сохранения энер-  
IS г ^

гии — = г/;/. Отсюда, с учетом того, что площадь

е *7ZD1*

дна кастрюли S = , температура внешней поверхности

*4*

*4drm*

*XttD2t*

дна кастрюли t

Л= 106° С.

1. Металлический цилиндрический сосуд радиусом  
   R = 9 см наполнен льдом при температуре - 0° С. Сосуд

теплоизолирован слоем пробки толщиной d = 1 см. Через какое  
время г весь лед, находящийся в сосуде, растает, если темпе-  
ратура наружного воздуха t2 = 25° С? Считать, что обмен тепла  
происходит только через боковую поверхность сосуда средним  
радиусом Rq = 9,5 см.

Решение:

Объем сосуда V = nR2h, где h — высота сосуда, тогда  
масса льда в сосуде m- pV - pnR1}i. Количество тепла,  
необходимое для расплавления всего льда в сосуде  
О ~ qw = qp/rR2}}. Т. к. по условию теплообмен идет  
только через боковую поверхность, то ее площадь  
AS - 2nR^h , тогда количество тепла, проходящее через

^ (л, *-tx)X2rcRJn*

ооковую поверхность за время г : Q = ——^ \*—. По

*d*

п“> 2(/, -r,)A/Lr

закону сохранения энергии <?/ж = —————Д—, откуда

*d*

qpRrd ло/.  
г = —-ДГ— = 28,6 часов.

2(/3 — /|)л7?о

1. Какую силу F надо приложить к концам' стального  
   стержня с площадью поперечного сечения 5 = 10 см2, чтобы не  
   дать ему расшириться при нагревании от t0 - 0° С до / = 30° С?

Решение:

Чтобы стержень не удлинялся при нагревании, его нужно

„ \_ A1ES  
сжимать с силон F =

(J), где Е — модуль Юнга,

Л 1 = 1 ~l0 — (2) — изменение длины стержня при

нагревании. Подставляя (2) в (1), найдем F = ESat = 71 кН.

1. К стальной проволоке радиусом г = 1 мм подвешен груз.  
   Под действием этого груза проволока получила такое же удли-  
   нение. как при нагревании на At = 20° С. Найти массу /;? груза.

Решение:

При повышении температуры длина твердых тел  
возрастает, в первом приближении, линейно с  
температурой: / =/0 (l + лг), где / и /0 —длина стержня

соответственно при температуре t и /0. Тогда относитель-

ное удлинение

я А/. откуда А/ = la At — (1).

где а — температурный коэффициент линейного расши-

^ -А/ р mg

рения. С другой стороны, по закону Гука — = — = —

/ *Е SE*

где 5 = яЯ2 — площадь поверхностного сечения прово

401

U—3268

локи, Е — модуль Юнга, тогда А/ = -^~- (2). Прирав-

*nR'E*

нивая левые части уравнений (1) и (2), получим

а у *mg т'2ЕаМ ..*

аЫ - ——, откуда масса стержня т = = 15 кг.

*т'~Е g*

1. Медная проволока натянута горячей при температуре  
   /,=150° С между двумя прочными неподвижными стенками.

При какой температуре /2, остывая, разорвется проволока? Счи-  
тать, что закон Гука справедлив вплоть до разрыва проволоки.

Решение:

Длина проволоки при температуре /, и Е соответственно  
равна /, =/0(l + fl/j) и l2 = !0(\ +at2). При остывании  
проволока укоротится на АI = l{~l2 =ka{r\ — (1), где  
а — температурный коэффициент линейного расширения.

А/ **D**

Проволока разорвется, если —> — (2), где Е —

/о Е

модуль Юнга, ртих — предел прочности меди. В предель-  
ном случае из (1) и (2) имеем a(t{ ~t2)~ , откуда

~ 20° С.

*аЕ*

1. При нагревании некоторого металла от /0=0°С до

Г = 500° С его плотность уменьшается в 1,027 раза. Найти для  
этого металла коэффициент линейного расширения а, считая  
ei o постоянным в данном интервале температур.

Решение:

Плотность металла при температуре t равна р = т/У.

тогда его плотность при температуре равна р0 =т/1\,.

Относительное изменение объема металла при нагревании  
402

*т т*

AV \_V~V*0* \_р pn р -р AV рь ,

— = —~ —■——, или = —-1 —

*К*

*т*

*Ро*

*К*

*AV*

С другой стороны, = ЬАТ, где b

*V*г\

температурный

коэффициент объемного расширения. Т. к. металл изо-  
тропный, то температурный коэффициент линейного  
Ъ AV / ч

расширения я = -, тогда = 3a\t-t0) — (2). Прирав-

3 *V0*

нивая в выражениях (1) и (2) правые части, имеем

— -1 = 3a(t -г0), откуда температурный коэффициент ли-  
Р

*Po'p-l*

= 1,8\*10‘5 К"1.

неиного расширения а =

1. Какую длину /0 должны иметь при температуре  
   t0 = 0° С стальной и медный стержни, чтобы при любой темпе-  
   ратуре стальной стержень был длиннее медного на А/ = 5 см?

Решение:

Для любой температуры длина стального стержня равна  
**A** =/oi(1+^iO = /oi +/01<¥ — (1), медного стержня —

**h** = А)2 **0** + **а2\*) -** А)2 **+1о2а2\*** (**2**). По условию /, - /2 = А/,

/0, -102 = Д/ — (3). Решая совместно (1) — (3), получим  
я,/0, ~ а2^02 — (4)- Из уравнений (3) и (4) найдем дли-  
ны обоих стержней при /0 = 0° С: /0, = = 11 см,

*а2~а\*

/0, = /02 + А/ = 16 см.

1. На нагревание медной болванки массой m -1 кг, нахо-  
   дящейся при температуре t0 = 0° С, затрачено количество тепло-

403

ты О = 138,2 кДж. Во сколько раз при этом увеличился ее объем?  
Удельную теплоемкость меди найти по закону Дюлонга и Птп.

Решение:

Относительное изменение объема металла при нагревании  
от температуры t0 до температуры t (см. задачу 8.18)

AV / ч V / ч

= 3a(t-t0), откуда — = 3a\t ~t0)+l — (1). Количество

*К Vo*

тепла, израсходованное на нагревание болванки  
Q = cm(t -/0), где с — удельная теплоемкость меди,

которая по закону Дюлонга и Пти равна с - —, где /л —

*М*

молярная масса меди. Тогда Q = ^, откуда раз-

*3Rm*

ность температур t-tQ- - . После подстановки послед-

1. *Rm*

него выражения в уравнение (1) окончательно имеем

* аОи , ,

— = -^- + ] =1,02.

*Rm*

1. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение  
   которой S = 1,5 мм2, начало остаточной деформации наблюда-  
   лось при нагрузке F = 44,1 Н. Каков предел упругости р мате-  
   риала проволоки?

Решение:

Пределом упругости называется минимальное давление,  
при котором тело, после снятия нагрузки, уже не способно  
вернуться из деформированного состояния в  
первоначальное. По определению давления найдем

р'= — = 29,4 МПа.

” **S**

1. Каким должен быть предельный диаметр d стального  
   троса, чтобы он выдержал нагрузку F - 9,8 кН?

Решение:

Чтобы трос выдержал данную нагрузку, необходимо

*F nd1*

выполнение условия: — <Ртах, где о=—— площадь

поперечного сечения троса, ртах = 785 МПа — предел

*AF  
nd‘*

ч г

прочности стали. В предельном случае —j = Ртах, откуда

, *4F F*

d~ = или d = = 4 мм.

max

FPmax

1. Найти длину / медной проволоки, которая, будучи под-  
   вешена вертикально, начинает рваться под действием собствен-  
   ной силы тяжести.

Решение:

Чтобы проволока начала рваться, необходимо выполнение

*mg*

условия: —

— Ртах »

где т = pV = pSl — масса проволоки,

рпюх - 245 МПа — предел прочности меди. В предельном

случае pgl = ртах, откуда / = Sjssl = 2,9 км.

*Pg*

1. Решить предыдущую задачу для свинцовой проволоки.  
   Решение:

Чтобы проволока начала рваться, необходимо выполнение

ПЩ т, си

условия: —— > pmQX, где m = pV = pSl — масса проволоки,  
S

рпшх = 20 МПа — предел прочности свинца. В предельном

случае pgl = рпюх, откуда / = ■^L = 180 м.

*Pg*

1. Для измерения глубины моря с парохода спустили гирю  
   на стальном тросе. Какую наибольшую глубину / можно изме-

405

рить таким способом? Плотность морской воды р = ЫО3 kt/mj.  
Массой гири по сравнению с массой троса пренебречь.

Решение.

На трос действует сила тяжести, направленная вниз, и сила  
Архимеда, направленная вверх, поэтому (см. задачу 8.22)

*'■'gs ■ Z ртт.* Масса троса *т = ржУ = p.JS* , а сила

Архимеда равна весу воды, вытесненной тросом, т.е.  
Fa = prgV = pTglS. Тогда в предельном случае имеем

(рж -Рт)г1 = Р,,,а<, откуда / = = 11,9 км.

*кРж-Ртк*

1. С крыши дома свешивается стальная проволока длиной  
   / = 40м и диаметром d - 2 мм. Какую нагрузку F может  
   выдержать эта проволока? На сколько удлинится эта проволока,  
   если на ней повиснет человек массой m = 70 кг? Будет ли  
   наблюдаться остаточная деформация, когда человек отпустит  
   проволоку? Предел упругости стали р = 294 МПа.

Решение:

Чтобы проволока выдержала нагрузку, т.е. не разорвалась,

\_ *fnag* + *F*

необходимо выполнение условия: —3— < ртах, где

*S*

mQ = pV = plS — масса проволоки, ртах = 785 МПа — пре-  
дел прочности стали. Площадь поперечного сечения про-  
яг/2

волоки S = , тогда в предельном случае имеем

4

*plnd2g* + 4 *F*

Ртах» откуда максимальная нагрузка, кото-

*жГ*

рую выдерживает проволока: F = —~ ■■ = 2,45 кН.

4

Если на проволоке повиснет человек, то по закону Гука  
406

— = ■£, где Е = 216 ГПа —

/ £

модуль Юнга стали,

(/«0 + [Pi™\* + 4/w)g ОО 1 ЛУГГТ

р = ^ — = — ^—— = 221 МПа — суммарное дав-

*S 7id~*

ление человека и собственного веса проволоки. Тогда

*pi*

удлинение проволоки Д/ = — = 4 см. Поскольку р<рн>

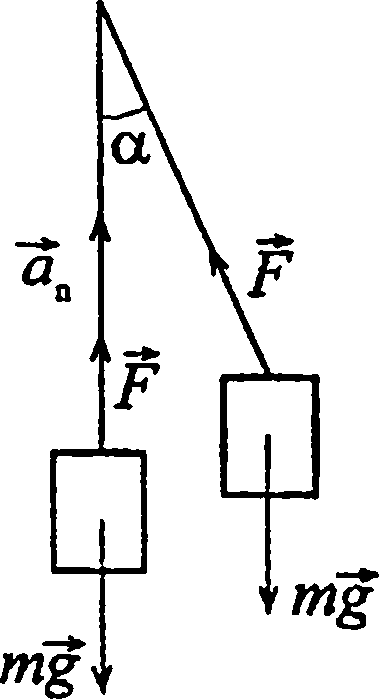
*Е*

где рн=294МПа — предел прочности стали, то оста-  
точная деформация наблюдаться не будет.

1. К стальной проволоке радиусом г = 1 мм подвешен груз  
   массой w = 100 кг. На какой наибольший угол а можно откло-  
   нить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохож-  
   дении этим грузом положения равновесия?

Решение:

На проволоку действует сила тяжести mg и



сила упругости F. По второму закону  
Ньютона в момент прохождения положения  
равновесия F - mg = тап, где ап —

нормальное ускорение. В стартовом

положении, при отклонении на угол а,  
нормальное ускорение ап = 0, тогда

F cos а - mg = 0, откуда F = т^ . Прово-

*cosa*

*F*

лока разорвется, если — > ртах, где

*S* = *лг2*

— площадь

поперечного сечения проволоки, ртах — предел проч-  
ности стали. Следовательно, в предельном случае имеем

*mg mg*

—2 — = Ртах > откуда cos а = ———, следовательно,

*лг cos а лг р,шх*

наибольший угол а = arccos

ч. ^ Ртах *J*

= 75,5°.

1. К железной проволоке длиной / = 50 см и диаметром  
   с/ = 1мм привязана гиря массой /;/ = 1кг. С какой частотой п  
   можно равномерно вращать в вертикальной плоскости такую  
   проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась?

Решение:

Проволока будет максимально удлиняться в край-  
нем нижнем положении, т.е. сила тяжести в любой  
точке всегда направлена вертикально вниз. Следо-  
вательно, для крайнего нижнего положения по вто-  
рому закону Ньютона имеем F-mg = mal} — (1),

*I*

*F*

где ап = — — нормальное ускорение. Линейная

скорость вращения гири v = = 2/яи, где Т и п

*mg\*

соответственно период и частота вращения гири, тогда  
нормальное ускорение ап = 4//г2/Г — (2). Из уравнений (1)

и (2) сила упругости проволоки F = m(g + 4/#2н2). Чтобы

F  
S

проволока не разорвалась, необходимо, чтобы — < ртах,

4*m(g* + *4п2n2l)* \_  
*nd1*

или, в предельном случае,

Ртах\* откуда

/pmaxnd2 - 4mg \_ . „

частота

вращения гири п = ^ — = 3,4 Гц.

у 1*6я~1т*

1. Однородный медный стержень длиной / = 1м равно-  
   мерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через  
   один из его концов. При какой частоте вращения стержень  
   разорвется?

Решение:

/

На стержень действует центрооежная сила F = **J** г со2 dm,

о

где со — угловая скорость вращения, г — расстояние от  
408

элемента массы dm, до оси вращения. Для однородного  
стержня dm = pSdr, где р — плотность материала

/

и S — его сечение. Тогда F = со2 pSjrdr или,

стержня

после интегрирования, F = ~со ^ . Поскольку со = 2тт

1

*F*

*2 pS*

= 38 об/с.

то предельная частота вращения п = —

*п\*

1. Однородный стержень равномерно вращается вокруг  
   вертикальной оси, проходящей через его середину. Стержень  
   разрывается, когда скорость конца стержня достигает  
   v = 380 м/с. Найти предел прочности р материала стержня.

Плотность материала стержня р = 1,9-10’ кг/\Т.

Решение:

Центробежная сила, действующая на стержень, в данном

/\_

2

случае F = **J** rco2dm, где со — угловая скорость вращения,  
о

г — расстояние от элемента массы dm до оси вращения.  
Для однородного стержня dm - pSdr , где р — плотность  
материала стержня и S — его сечение. Произведя

*pSco2l*2

Угловая и

интегрирование, получим F = —

линейная скорости вращения связаны соотношением  
/ pSv2

v= со—, тогда F= . Стержень разорвется, если

*2» 2^*

*F*

^ ртах, тогда предел прочности материала стержня

Ртах = ~ 570 МПа.

1. К стальной проволоке длиной / = 1м и радиусом  
   г =1 мм подвесили груз массой т = 100 кг. Найти работу А рас-  
   тяжения проволоки.

Решение:

Согласно закону Гука относительное удлинение  
А! 1 F SE

— = арп = ——, откуда F =—А1 — (1). Для сил упру-  
/ Е S I

гости имеем F = кА1. Тогда коэффициент упругости

£=—. Отсюда работа А = к^- = SEiAl). \_ (2).  
/ 2 2/

Поскольку растягивающая сила F = mg, то из (1)

Л Л .

Л/ = , где S = яг2. Тогда из (2) А = . Подставляя

*SE* 2 *лг2Е*

числовые данные, получим А = 0,706 Дж.

1. Из резинового шнура длиной / = 42см и радиусом  
   г = 3 мм сделана рогатка. Мальчик, стреляя из рогатки, растянул  
   резиновый шнур на Д/ = 20 см. Найти модуль Юнга для этой  
   резины, если известно, что камень массой т = 0,02 кг, пущенный  
   из рогатки, полетел со скоростью v = 20 м/с. Изменением сече-  
   ния шнура при растяжении пренебречь.

Решение:

По закону сохранения энергии потенциальная энергия  
упругого взаимодействия переходит в кинетическую  
энергию камня, т.е. Wn = WK. Потенциальная энергия

/?(д/)2

упругого взаимодействия Wn = — ' , а кинетическая

*т ту2* Д(Л/)2 *ту1*

энергия камня WK = , тогда ——— = . Отсюда

2 2 2

коэффициент жесткости резины В = - тогда по закону

(д/)-

/7/V “

Гука сила упругости резины F - J3AI = . Предел упру-

А/

F ///V2

гости рн = — = —^ (1). С другой стороны, из закона

*S лг'А1*

г-» А/ /? ЕА1

1. ука — = —, предел упругости резины р = (2).
2. *Е I*

Приравняем правые части уравнений (1) и (2), тогда

mv

*ЕМ*

ЯГ 2 А/ I

откуда модуль Юнга резины равен

*Е =*

*mv~l*

***7ТГ***

2(Д/)

г = 2,97 МПа.

1. Имеется резиновый шланг длиной / = 50см и внутрен-  
   ним диаметром d{ = 1 см. Шланг натянули так, что его длина ста-  
   ла на Д/ = 10 см больше. Найти внутренний диаметр d2 натяну-  
   того шланга, если коэффициент Пуассона для резины а = 0,5 .

Решение:

При растяжении внутренний диаметр шланга уменьшится

F д/ F

на Ad = —. Согласно закону Гука — = арн - а —,

*S IS*

F Д/ ^ А 1 1 А/ crd\Al ^

откуда — - —. Тогда Ad = pd{ —1—. Поскольку

*S al all*

*d2 - d\ - Ad* , следовательно, *d2 = dx*

1-

*crAl*

**= 9.10'3m.**

1. На рис. AB — железная проволока, CD — медная про-  
   волока такой же длины и с таким же поперечным сечением,  
   BD — стержень длиной / = 80 см. На стержень подвесили груз  
   массой т - 2 кг. На каком расстоянии х от точки В надо его  
   подвесить, чтобы стержень остался горизонтальным?

Решение:

*А*

*В*

*т*

1

*mg*

железной и медной проволоки имеем

Чтобы стержень остался гори-  
ст зонтальным, необходимо, чтобы  
моменты сил упругости F] и F2F2 относительно точки подвеса  
£) груза были равны по величине,  
т.е. F\X - F2(l-х) — (1). Из

\_ А/ рн „  
закона Гука — = £JL. При  
/ Е

равных длинах и деформациях  
Рп I \_ Рч

*Е\ Ег*

, где Ех и

Е2 — модули Юнга соответственно железа и меди. Т. к.  
площади поперечных сечений железной и медной

*p-г Ft*

проволоки равны, то = —- или

*Рч*

уравнений (1) и (2) имеем

*F2*

/ - л\* \_ Е±\_

*х E-t*

£, Е,

(1). Из

, откуда расстояние

л\* =

£,/

*Е\* + *Е2*

= 0,3 м.

1. Найти момент пары сил М , необходимый для закручи-  
   вания проволоки длиной / = 10 см и радиусом г = 0,1 мм на угол

$? = 10\ Модуль сдвига материала проволоки N = 4,9 • 1010 Па.  
Решение:

Для закручивания проволоки на некоторый угол <р необ-  
ходимо приложить момент пары сил, называемый закручи-

вающим моментом М = ср, где / — длина прово-

*21*

локи, г — радиус ее сечения, <р — угол поворота, измеря-  
412

числения, получим М - 2,26-10'7 Нм.

емый в радианах. Для перевода угла <р в радианную меру

V-60',

решим две пропорции: если  
f 180° - п

0,167°-.y

то х - 0,167° ; если

*х° -*10',

(в радианах), то х = 0,003 рад. Произведя вы-

1. Зеркальце гальванометра подвешено на проволоке дли-  
   ной / = 10см и диаметром </ = 0,01мм. Найти закручивающий  
   момент М , соответствующий отклонению зайчика на величину  
   а = 1 мм по шкале, удаленной на расстояние L = 1 м от зеркальца.

Модуль сдвига материала проволоки N =4-101ОПа.

Решение:

Имеем М =

*лШ\**

<р. При повороте зер-

2/16

кальца гальванометра на угол ср  
отраженный луч повернется на угол 2<р,

*а*

при этом tg2(p = —. Поскольку угол (р  
L

мал, то tg<p »ср, следовательно, <р -

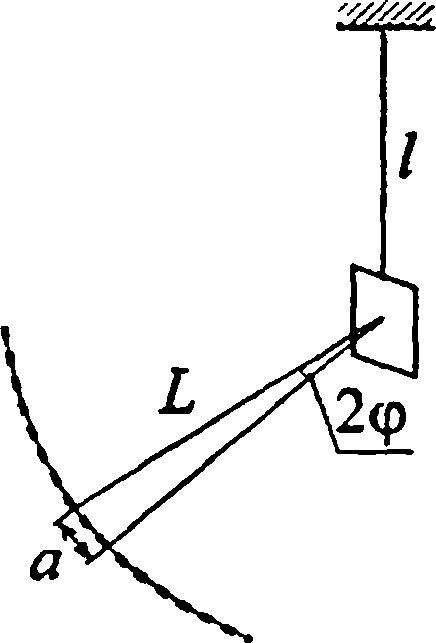
*/*

Тогда M = 7cNd —1,96 • 10~|Э Н м.

64 *-1L*

*а*

2*L*



1. Найти потенциальную энергию W проволоки длиной  
   / = 5 см и диаметром d - 0,04 мм, закрученной на угол ^> = 10'.

Модуль сдвига материала проволоки N - 5,9 • Ю10 Па.

Решение:

При повороте проволоки на угол d(p совершается работа  
dA = Mdcp, где М— закручивающий момент. За счет этой

413

работы закрученная проволока приобретает потенци-  
альную энергию W. Поскольку закручивающий момент

***7гЫга ф 7rNrA % 7iNrА***

M = jo w = а = —— Г (pd(p = ~—L- . Подставляя

*21 21 I \* 41*

числовые данные, получим W = 1,25 • КГ12 Дж.

1. При протекании электрического тока через обмотку  
   гальванометра на его рамку с укрепленным на ней зеркальцем

действует закручивающий момент Л/=2-10',3Нм. Рамка при  
этом поворачивается на малый угол <р. На это закручивание

идет работа А = 8,7 • КГ16 Дж. На какое расстояние а перемес-  
тится зайчик от зеркальца по шкале, удаленной на расстояние  
L -1 м от гальванометра?

Решение:

При повороте рамки на угол d(p совершается работа пары  
сил 2dA = Md(p, где М — закручивающий момент. Тогда  
полная работа 2A~^Md(p - М(р, откуда (р = — — (1).

о М

Перемещение зайчика по шкале равно длине дуги  
окружности радиусом R-1, соответствующей углу ср,

тогда а = L • ig2<p » L • 2(р, т. к. по условию угол ср —

*4LA*

малый. Тогда, с учетом (1), а = = 17,4 мм.

*М*

1. Найти коэффициент Пуассона сг, при котором объем  
   проволоки при растяжении не меняется.

Решение:

Первоначальный объем проволоки F, =67 = яг2/. После  
растяжения ее объем стал У2 = л(г- Arf{l + Д/). Поскольку  
414

объем при растяжении не изменился, то  
то'2/ = уг(г - Аг)2 (/ + Д/); яг2/ = /г (/\*2 - 2гАг + Аг ~)(/ + Д/).  
Величиной Аг2 можно пренебречь, тогда, раскрывая  
скобки, получим г2/ = г21-IrArl + г2Д/ -IrArAl. Отсюда,

пренебрегая величиной IrArAl ^ получим . Коэф-

*гА1 2*

фициент Пуассона а - — - , следовательно, а = 0.5 .

*а гА1*

1. Найти относительное изменение плотности цилин-  
   дрического медного стержня при сжатии его давлением

рн = 9.8 ■ 107 Па. Коэффициент Пуассона для меди а ~ 0,34.

Решение:

Плотность несжатого стержня р, = —, где перво-

к

начальный объем Vx=Sl = 7ir2l. Плотность сжатого  
стержня гДе Уг **= 7г(г + Аг)2(/~** Д/). Тогда изме-

*(*

нение плотности Ар = р: - р,

; *Ар - т*

*KV2* • *УХ)*

*mAV*

*Ж'*

Т. к. изменение объема очень мало, то можно принять  
приближенно KV,=V2. Тогда Ар ^ и ^ ^

*v? Р\ У,* '

Изменение объема равно AV = яг2/-/г(г + Ar)2(j-Al).  
Преобразуя данное выражение, получим AV = m~2l-  
-;г[(г2+2/\*Дг + Дг2)(/-Д/)]. Величиной Аг2 можно  
пренебречь, ввиду ее малости, тогда AV ~nr2i\_KX

последнюю формулу можно записать так:  
AV = К — (l - 2сг). Отсюда отношение = -

х (г2/ + 2гД/7 - г2А/ - 2гДгД/); AV = яг2/ - т\*2/ х

Л 2Аг А/ 2ДгД/ ^ т 2АгА/

х 1 + — . Величина очеыь мала, ею

V г / /7 у г/

(М 2 Д/Л

также можно пренебречь, тогда ДГ=яг2/

. А/

*AV = т’~1* —  
/

Л 2Д/7

1 \_

^ гД/

I /

Дг/

Поскольку яг2/ - Vt, а — = сг, то

гА/

t Pi V,[

= ^-(l — 2сг). По закону Гука — , где £ — модуль

/ / Е

Юнга, для меди £ = 118ГПа. Тогда -^ = —(1-2сг).

А £

Подставляя числовые данные, получим = 0,027 %.

А

1. Железная проволока длиной / = 5м висит вертикально.  
   На сколько изменится объем проволоки, если к ней привязать  
   гирю массой /?/ = 10 кг? Коэффициент Пуассона для железа

о- = 0,3 .

Решение:

Первоначальный объем проволоки V^=Sl = яг2/. После  
того как к ней привязали гирю, проволока вытянулась и ее  
объем стал К, = яг(г - Аг)2(/ + А/). Изменение объема

А V = к(г - Аг)2 (/ + А/) - яг2/. Преобразуя данное

выражение, получим А V = я{(г2 - 2/\*Дг + А г2)(/ + А/)]- яг2/.  
Величиной Дг2 можно пренебречь, ввиду ее малости,  
тогда AV - я-(г:/ - 2/А/7 + г~А1 + 2гДгД/)- яг2/;

416

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| AI 2АА | , А1 | ( | 2ДсЛ |
| — | или AV = mi— | 1- |  |
| \1 г ) | / | 1 | гА1 J |

1 + +

r l rl

очень мала, ею также можно пренебречь, следовательно,

AV = яг21

. Посколь-

Д/7

ку Л7\*7 = Vx, а = сг, то последнюю формулу можно

*AV -*

,/, *2Ai- A l 2ArAl\*

-яг2/. Величина

*2ArAl*

*rJ*

*гА1*

записать так: AV = (l-2cr). По закону Гука — = —,

1. *1 Е*

где Е — модуль Юнга, для железа £ = 196ГПа.

*F*

Нормальное напряжение равно Р. = —, где растягивающая

*S*

сила *F = wg.* Тогда *AV = =*

*SE Е*

Подставляя числовые данные, получим AV = 1 мм3.